Műszaki folyamatok közgazdasági elemzése
Előadásvázlat
2011. szeptember 26.

Termelés 2:
Költség

I. Költségek

A termeléshez termelési tényezőket használunk fel, ezekért fizetni kell – ebből adódnak a költségek.

Ha valamely termelési tényezőből a termelés növeléskor is ugyanannyit használunk fel, akkor az ezzel kapcsolatos költségek nem változnak; ha a termelés növelése azzal jár, hogy a termelési tényezőből többet kell használni, akkor nyilván a költségek is nőnek.

Különbséget kell tenni

- fix költségek, amelyek a termelés során nem változnak, és
- változó költségek, amelyek a termelés során változnak, között,

azaz a teljes költség (TC) = Fix költség (FC) + Változó költség (VC).

Ha pl. a termelési technológiát a $q = F(L, K)$ termelési függvény segítségével jellemezhetjük, és a termelés során mindkét termelési tényezőt használunk, akkor a teljes költség

$$TC = FC + p_K K + p_L L,$$

ahol p_K és p_L a termelési tényezők egységárai.

Mivel a felhasznált termelési tényezőkkel meghatározott mennyiségű kibocsátást állítják elő, ezért a teljes költség a kibocsátástól függ, ennek értelmében a *költségfüggvény* minden kibocsátáshoz az ennek előállításához szükséges (minimális) költségeket rendeli hozzá, amelyek a tényezőárak függvényei, azaz $TC(q, p_K, p_L)$.

Gyakorlófeladat:

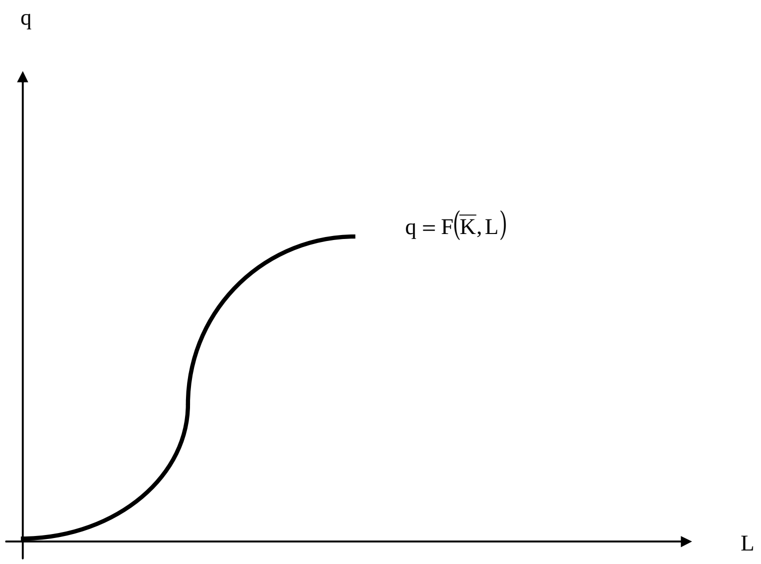
Mondjon példákat fix és változó költségekre!

II. Rövid távú költségek

Az előzőekből következik, hogy a változó költségek megértéséhez célszerű a termelésből kiindulni. A következő táblázatban összefoglaltuk az ehhez szükséges információkat: Itt a tőkemennyiség állandó, $K = 100$, a tőkeegység ára $p_K = 10$, a munkaegység ára pedig $p_L = 20$.

K	L	q	MP_L	AP_L	FC	VC	TC
100	0	0	-	-	1000	0	1000
100	1	10	10	10	1000	200	1200
100	2	22	12	11	1000	400	1400
100	3	36	14	12	1000	600	1600
100	4	52	16	13	1000	800	1800
100	5	65	13	13	1000	1000	2000
100	6	72	7	12	1000	1200	2200
100	7	77	5	11	1000	1400	2400

Látjuk, hogy $q = 4$ mellett a határtermék nő, tehát addig érvényesül a növekvő hozadék, utána csökken a határtermék és a hozadék. $q = 5$ mellett egyenlő a határtermék az átlagtermékkel, vagyis ezen kibocsátási szint mellett maximális az átlagtermék. A termelési függvény tehát a jól ismert alakot mutatja:



A fix költséget a tőkemennyiség és p_K szorzataként kaptuk meg, a változó költség – jelenleg a felhasznált munkamennyiség költsége – a munkaráfordítás és a bér, p_L, szorzata.

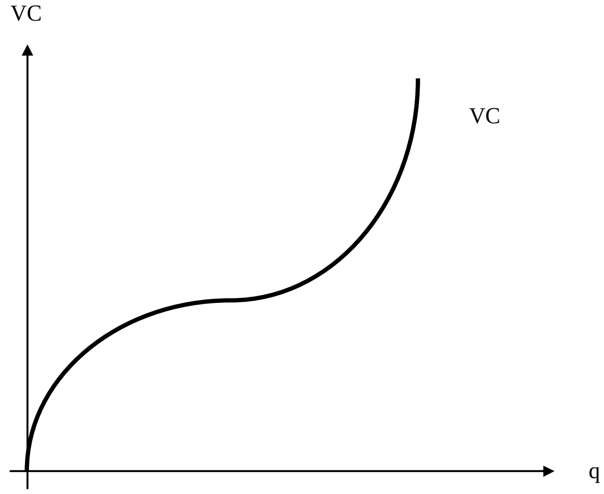
A táblázatnak megfelelő helyzetben a költségfüggvény tehát

$$TC = FC + p_K K + p_L L = FC' + p_L L,$$

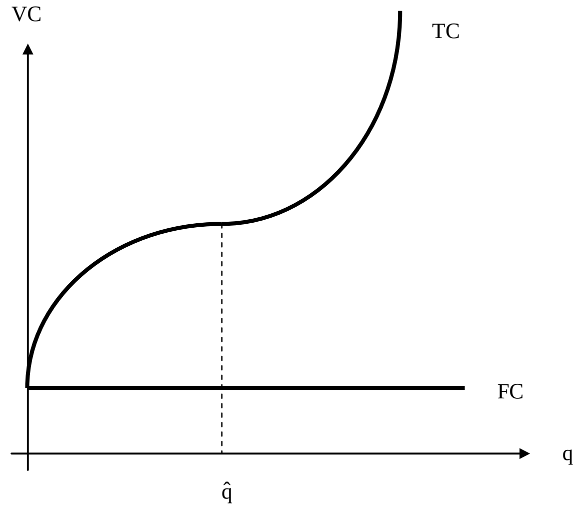
ahol $FC' = FC + p_K K$.

A teljes költség és a változó költség ugyanazt a görbealakot eredményezi, hiszen a különbség köztük a fix költség. Ha most a változó költségeket a termékegységek függvényében vizsgáljuk, akkor észrevesszük, hogy a változó költségek először (a $q = 52$ kibocsátási szintig) csökkenő növekményekkel, később növekvő növekményekkel változnak. Ennek oka, hogy az említett termelési szintig a munka határterméke nő, vagyis minden újabb munkaegység jobban járul hozzá a termelés fejlődéséhez, mint a korábban felhasznált munkaegység, s ezért változatlan termelésnövekedéshez a korábbinál kevesebb munka szükséges, ami nyilván növeli a költségeket, de csökkenő mértékben. A $q = 52$ kibocsátási szint után a helyzet megfordul: itt a munka határterméke csökken, minden újabb munkaegység kevesebbel járul hozzá a termelés növekedéséhez, mint az előző munkaegység, s így változatlan termelésnövekedést csak a korábbinál nagyobb munkaráfordítással lehetséges, ami a költségek egyre nagyobb mértékben növeli.

A változó költségek görbéje tehát a következő alakú:



Mivel a fix költség a termeléstől független, ezért a teljes költség görbéje a következőképpen néz ki:



Gyakorlófeladat:

Magyarázza meg a változó, illetve a teljes költség görbéje és a termelési függvény közötti összefüggést!

A termelési függvény analógiájára beszélhetünk határköltségekről és átlagköltségekről.

Határköltségen (jele: MC) minden újabb termékegység költségvonzatát értjük. Ez matematikailag a TC-függvény q szerinti deriváltja, azaz

$$MC = \frac{dTC}{dq}.$$

Geometriai jelentése a TC-függvény meredeksége egy adott pontban.

Átlagköltség (jele: AC) a termékegységre jutó összköltség, azaz $AC = \frac{TC}{q}$.

Gyakorlófeladat:

Értelmezze az átlagköltséget geometriailag a fenti TC-görbe segítségével!

A teljes költség alakulásából látjuk, hogy a határköltség először csökken ($\hat{q}$-ig), utána pedig nő. Az átlagköltség szintén csökken, de egy $\hat{q}$-nál magasabb értékig, után ez is növekedni kezd.

Gyakorlófeladat:

Határozza meg a fenti összköltség-görbe segítségével azt a termékmennyiséget, amelynél az átlagköltség maximális!

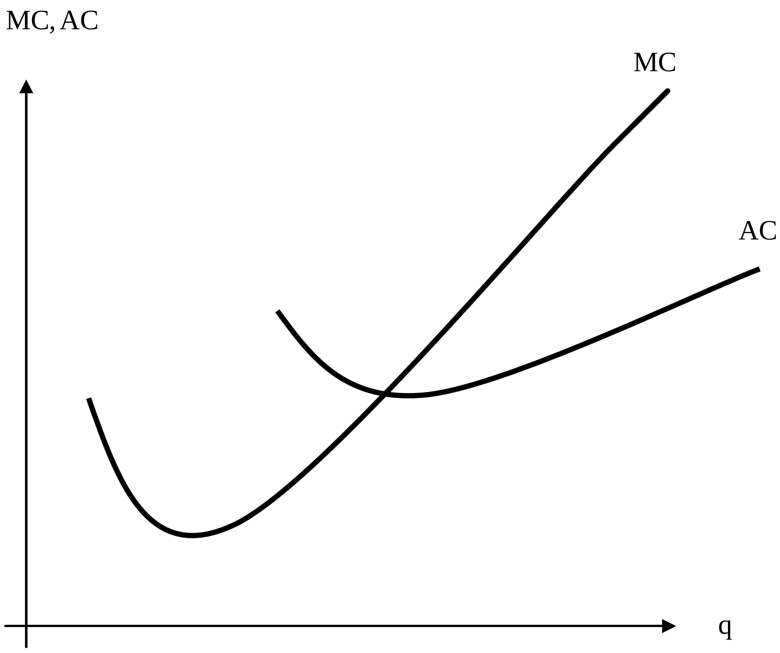
Gyakorlófeladat:

Magyarázza meg a következő összefüggéseket!

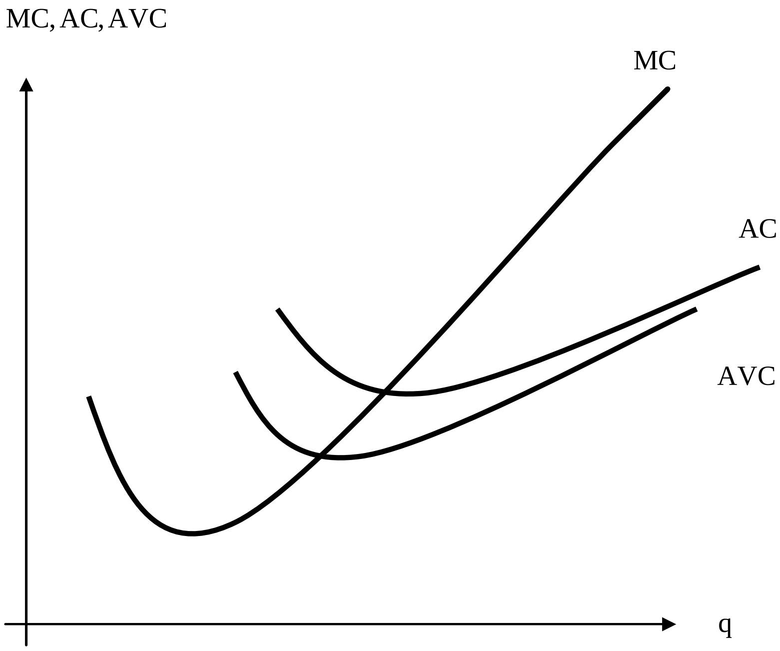
1. Ha a munka határterméke nő, akkor a határköltség csökken.
2. Ha a munka határterméke csökken, akkor nő a határköltség.
3. Ha a munka átlagterméke nő, akkor az átlagköltség csökken.
4. Ha a munka átlagterméke csökken, akkor az átlagköltség nő.
5. Az átlagköltség-görbe a minimumában metszi a határköltség-görbét; ez megfelel annak a már korábban levezetett megállapításnak, hogy az átlagtermék-görbe a maximumában metszi a határtermék-görbét.

Látjuk, hogy költségelemek és termékmennyiségek között igen szoros, szinte egyértelmű kapcsolat létezik. Ezt nevezzük a technológia és a költségek *dualitás*ának. (Hasonló: a háromszöget megadhatjuk a csúcspontok kijelölésével – akkor ebből az idom élei egyértelműen levezethetők; de ugyanaz a háromszög három egyenes segítségével is determinálható, s ekkor az egyenesek metszéspontjai révén megkapjuk a háromszög csúcspontjait. Az élek és a csúcspontok, a minőségileg igen különböző jelenségek, között szintén dualitás létezik.)

Ha a határköltség-görbét és az átlagköltség-görbét ábrázoljuk, akkor a következő kép tárul elénk:



Mivel $TC = FC + VC$, ezért $AC = \frac{TC}{q} = \frac{FC}{q} + \frac{VC}{q} = AFC + AVC$, vagyis a (teljes) átlagköltség egyenlő az átlagos fix költség (AFC) és az átlagos változó költség (AVC) összegével. Az átlagos fix költség a kibocsátás növekedésével csökken, sőt: ha a termékmennyiség minden határon túlra nő, akkor az átlagos fix költség egyre inkább a 0-hoz közeledik: $\lim_{q \to \infty} AFC = 0$. Az átlagos változó költség-görbe az AC-görbe alakjának felel meg (emlékezzünk: a teljes költség és a változó költségek is azonos módon változtak a termelés növekedésének hatására). Viszont ha a termelés folyamatos növekedésére az átlagos fix költség 0-hoz tart, akkor a fenti összefüggés értelmében az átlagköltség egyre inkább közeledik az átlagos változó költséghez:



III. A vállalat döntése a kibocsátás szintjéről

A vállalat arra törekszik, hogy maximális profit (jele: Π) érjen el, azaz azt szeretné elérni, hogy a bevételek és a költségek különbsége minél nagyobb legyen, tehát

$$\Pi = pq - TC \rightarrow \max!,$$

ahol p a szóban forgó termék ára, amelyet a vállalat a piacon ér el. Az ár és az eladott termékmennyiség a vállalat teljes bevétele (jele: TR); ennek megfelelően beszélhetünk határbevételről (jele: $MR = \frac{dTR}{dq}$), ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy mennyire változik a teljes bevétel, ha az eladott mennyiség egy egységgel változik.

Tudjuk, hogy egy függvény akkor veszi fel a szélsőértékét, ha az első derivált zérus. Így mondhatjuk azt, hogy a profit akkor maximális, ha a határprofit zérus, vagyis amikor a határbevétel egyenlő a határköltséggel:

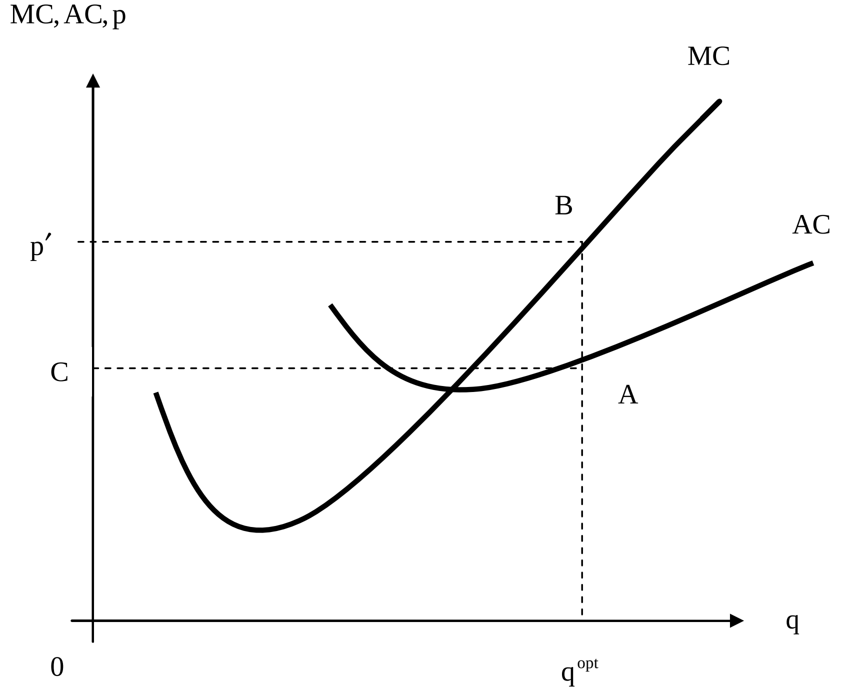
$$\Pi \text{ maximális, ha } \frac{d\Pi}{dq} = 0\text{, azaz ha } MR - MC = 0\text{, vagyis ha } MR = MC.$$

Ha feltételezzük, hogy a vállalat árelfogadó, azaz semmilyen hatalommal nem rendelkezik, hogy a termékárat a piacon befolyásoljon, akkor $TR = pq$, vagyis $MR = p$; árelfogadó vállalatoknál a kibocsátás akkor maximalizálja a profitot, ha a termék piaci ára egyenlő a határköltséggel, $p = MC$.

Gyakorlófeladat:

Értelmezze közgazdasági szempontból a $p = MC$ feltételt!

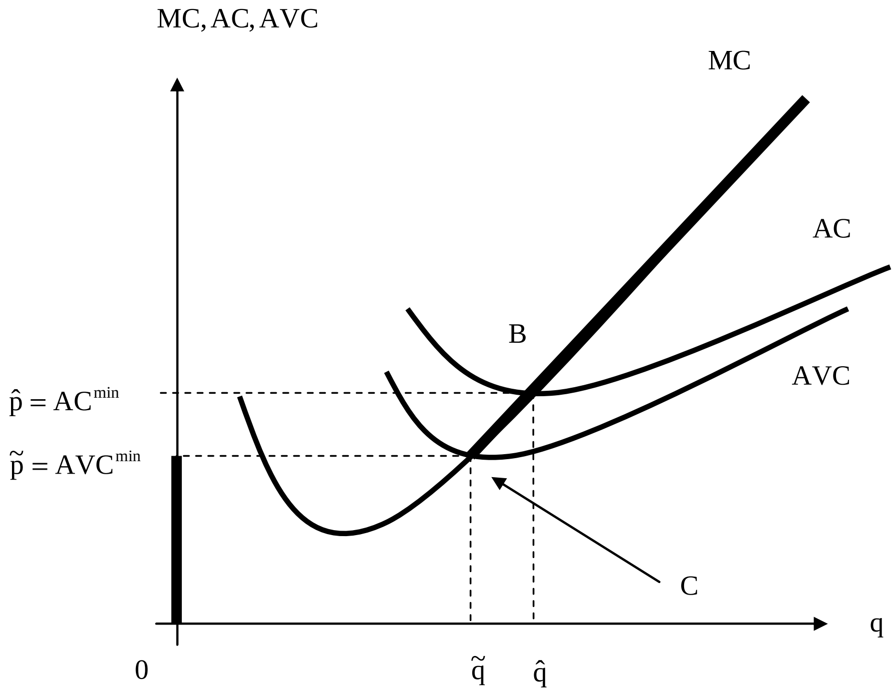
Adott ár mellett (legyen ez p') tehát azt a termékmennyiséget (q^{opt}) kell keresni, amely mellett ez az ár egyenlő a határköltséggel:



Ha a piacon elérhető árat az eladott termékmennyiséggel megszorozzuk, akkor megkapjuk a vállalat teljes bevételét – ez a $0q^{opt}Bp'$ négyszög területe. Ha az eladott termékmennyiséget az átlagköltséggel megszorozzuk, amely q^{opt} mellett az A pont révén adott, akkor ezzel a teljes költséget határoztuk meg – ez viszont a $0q^{opt}AC$ négyszög területe. A két négyszög területeinek különbsége, azaz a $CABp'$ négyszög, a vállalat profitja.

Ha a termék ára csökken, akkor az MC-görbe alakjának megfelelően a kibocsátás is csökken. Egészen addig, míg az ár nem az AC-görbe minimumára esett vissza, a vállalat pozitív profitot realizál. Amennyiben viszont $\hat{p} = AC^{min}$, akkor a bevétel ($\hat{p}\hat{q}$) egyenlő a teljes költséggel ($AC^{min}\hat{q}$); a bevételt visszatükröző négyszög $0\hat{q}B\hat{p}$, a teljes költséget mutató négyszög pedig $0\hat{q}BAC^{min}$. Ebben a helyzetben a vállalat nem realizál profitot, de nincs is vesztesége. (Ld. az alábbi ábrát) Bevételei fedezik az összköltségeket – a B pontot ezért *fedezeti pontnak* nevezzük.

Ha az ár tovább csökken és eléri a C pontot, azaz egyenlő lesz az átlagos változó költség minimumával, akkor a vállalat bevétele ($\tilde{p}\tilde{q}$, illetve a $0\tilde{q}C\tilde{p}$ négyzet) egyenlő a változó költséggel ($AVC^{min}\tilde{q}$, illetve a $0\tilde{q}CAVC^{min}$ négyzet). Ilyenkor a vállalat csak a változó költségre elegendő bevétellel rendelkezik, a fix költségeket már nem tudja ebből finanszírozni.



Következésképpen, ha a piaci ár $\hat{p}$ és $\tilde{p}$ között van, akkor a hozzá tartozó termékmennyiséggel megszorozva olyan bevételt eredményez, amely a változó költség fedezetére elegendő, de a fix költségeket legfeljebb részben, a C pontban viszont már egyáltalán nem tudja fedezni. A C pontot *üzemszüneti pontnak* nevezzük, mert ennél alacsonyabb piaci ár esetén nem termel a vállalat.

Az előzőek értelmében az ár és a kibocsátás közötti kapcsolat a következő módon alakul: Ha a piaci ár kisebb, mint $\tilde{p} = AVC^{min}$, akkor a kibocsátás zérus; ha a piaci ár legalább a $\tilde{p} = AVC^{min}$ szintjén van, akkor a kibocsátást a határköltség-görbe segítségével határozzuk meg. Azt, hogy a nem zérus vállalati kínálat a $\tilde{p} < p$ árak hatására hogyan alakul, ezért az MC-görbe $\tilde{p} = AVC^{min}$ feletti részével ábrázolhatjuk. A *vállalat egyéni kínálati görbéjét* a fenti ábrán kivastagítva tüntettük fel. Több egyéni kínálati görbe horizontális összeadásával megkapjuk a piaci kínálat görbéjét.

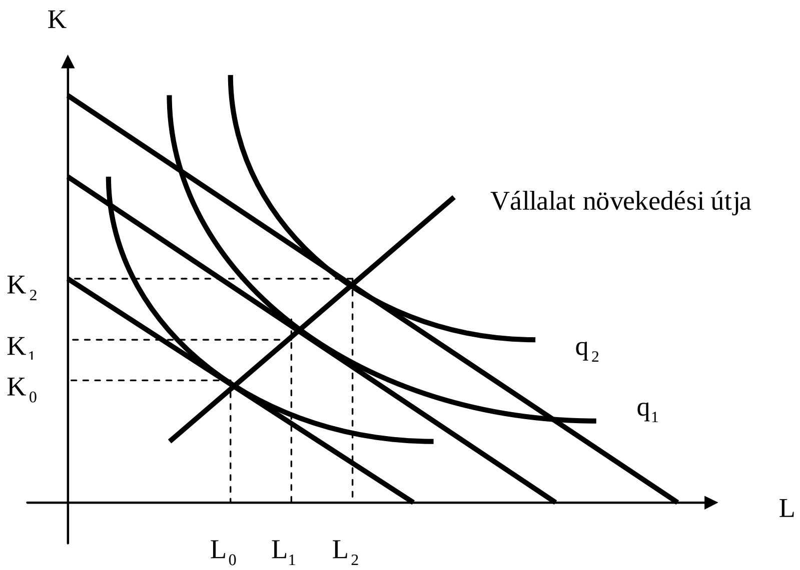
IV. A hosszú távú költségfüggvény

Ha a termelés során két termelési tényezőből változó mennyiségeket használunk, akkor a költségfüggvény

$$TC = FC + p_K K + p_L L .$$

Mivel itt mind a munka, mind a tőkemennyiség változik, ezért a probléma elemzéséhez az isoquant-görbéket tartalmazó koordináta-rendszerhez térhetünk vissza. Láttuk, hogy egy meghatározott kibocsátás minimális költséggel való előállítása akkor valósul meg, ha a kibocsátást megjelenítő isoquant-görbét egy isocost-egyenes érinti, s az utóbbi testesíti meg a termeléshez szükséges (minimális) költséget.

Ha a kibocsátás szintjét megváltoztatjuk, akkor különböző isoquant-görbéket kapunk, amelyekhez mindig egy, a költségminimumot mutató isocost-görbe tartozik. Az így keletkező optimális pontokat egymással összekötve adódik a vállalat növekedési útja, amely viszont a kibocsátás és a hozzátartozó költséget mutatja.



A vállalat növekedési útja segítségével meghatározható a hosszú távú költségfüggvény. Az említett görbe minden egyes pontja optimális tényező-kombinációt jelent. Ezért érvényes ott az $MRTS = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{p_L}{p_K}$ összefüggés. Ha termelési függvény például $q = \sqrt{KL}$, akkor ez a kifejezés

$$\frac{L}{K} = \frac{p_K}{p_L}.$$

Ezt L-re megoldva és a termelési függvénybe behelyettesítve azt kapjuk, hogy $q = K\sqrt{\frac{p_K}{p_L}}$, illetve $K = \frac{q}{\sqrt{\frac{p_K}{p_L}}}$. A fenti összefüggést K-ra megoldva, a termelési függvénybe behelyettesítve és utána L-re átrendezve az $L = \frac{q}{\sqrt{\frac{p_L}{p_K}}}$ eredményhez vezet. Ezzel egy adott kibocsátáshoz szükséges optimális tőke-, illetve munkamennyiséget határoztuk meg. Ha ezeket az értékeket a költségfüggvényben figyelembe vesszük, akkor

$$TC(q) = FC + p_K \frac{q}{\sqrt{\frac{p_K}{p_L}}} + p_L \frac{q}{\sqrt{\frac{p_L}{p_K}}},$$

illetve átrendezés után

$$TC(q) = FC + 2q\sqrt{p_K p_L}$$

adódik.

A hosszú távú határköltségre (LMC) és a hosszú távú átlagköltségre (LAC) azt kapjuk, hogy

$$LMC = 2\sqrt{p_K p_L}\ ,$$

illetve

$$LAC = \frac{FC}{q} + 2\sqrt{p_K p_L}\ ,$$

Amiből látszik, hogy a termelés növelésével a hosszú távú átlagköltség görbéje egyre inkább a hosszú távú határköltség görbéjéhez közeledik.